

Pantić D., Tubić B., Marinković M., Borota D., Obradović S. 2013. *Opportunities for the application of linear programming in forest management planning*. Bulletin of the Faculty of Forestry 107: 175-192.

Дамјан Пантић
Бојан Тубић
Марко Маринковић
Драган Борота
Снежана Обрадовић

UDK: 519.852+630*624
Оригинални научни рад
DOI: 10.2298/GSF1307171P

МОГУЋНОСТИ ПРИМЕНЕ ЛИНЕАРНОГ ПРОГРАМИРАЊА У ПЛАНИРАЊУ ГАЗДОВАЊА ШУМАМА

Извод: У ситуацијама када је потребно размотрити различите опције приликом доношења одлука у шумарству (и генерално), при чему на избор утичу тешко упоредиви критеријуми и бројни међусобно супротстављени интереси, могу се применити методе вишекритеријумског одлучивања. Један од метода који припада овој области, а примењује се и у шумарству, јесте математичко програмирање (посебно линеарно програмирање). Линеарно програмирање има дугу традицију примене у америчком и европском шумарству, док је у шумарству Србије још увек теоријска, а поготово практична непознаница. Стога је у овом раду анализирана могућност примене метода линеарног програмирања при изради плана сеча обнављања у засадима топола ГЈ "Тополик" којом газдује ЈП "Војводинашуме". Употребом циљне функције (линеарног програмирања) и одговарајућег софтверског пакета добијен је максималан принос који се може реализовати сечом плантажа толола у уређајном периоду 2012-2021. год у износу од $155.852 m^3$, при чему је испуњен унапред постављен услов да принос буде изједначен по полураздобљима (I полураздобље $77.925 m^3$, II полураздобље $77.927 m^3$). Максималан принос добијен по

др Дамјан Пантић, ванредни професор, Универзитет у Београду - Шумарски факултет, Београд

дипл. инж. Бојан Тубић, студент докторанд ЈП „Војводинашуме“, Петроварадин, Србија (btubic@vojvodinasume.rs)

дипл. инж. Марко Маринковић, студент докторанд, ЈП „Војводинашуме“, Петроварадин, Србија

мр Драган Борота, студент докторанд, Универзитет у Београду - Шумарски факултет, Београд

мр Снежана Обрадовић, сарадник у настави, Универзитет у Београду - Шумарски факултет, Београд

овој методологији мањи је за $4.040 m^3$ од теоријски могућег приноса који би се добио када би сви одсеци били посечени на крају другог полураздобља, односно већи је за $8.430 m^3$ од приноса који би се добио сечом одсека на почетку уређајног периода. Добијени резултати и страна искуства у овој области недвосмислено указују на то да се линеарно програмирање може успешно користити и за решавање и знатно комплекснијих проблема (у односу на презентован у овом раду) у нашој шумарској пракси (вишедимензионално планирање са низом ограничења).

Кључне речи: линеарно програмирање, планирање, оптимизација, одређивање приноса

OPPORTUNITIES FOR THE APPLICATION OF LINEAR PROGRAMMING IN FOREST MANAGEMENT PLANNING

Abstract: In situations where it is necessary to consider a variety of options when making decisions in forestry (and in general), with the choice influenced by hardly comparable criteria and a number of conflicting interests, a possible solution is to use multiple criteria methods. One of these methods, which can be applied in forestry, is mathematical programming (in particular, linear programming). Linear programming has a long tradition of being used in the U.S. and European forestry, whereas in the forestry of Serbia it still represents a theoretically and practically unknown tool. Therefore, in this paper we analyze the possibility of applying the methods of linear programming in developing a plan of regeneration cutting in the poplar plantations of FMU "Topolik" managed by PE "Vojvodinašume." Using the aimed function (linear programming) and the corresponding software package the maximum yield that can be achieved by cutting the plantation was obtained. The planned management period was from 2012 to 2021 and its volume was $155\,852 m^3$. The preset condition that the yield in half-periods remains equal was fulfilled (half-period I $77,925 m^3$, half-period II $77,927 m^3$). The maximum yield obtained with this methodology was by $4,040 m^3$ lower than the theoretically possible yield that would be obtained if all stands were cut down at the end of the second half-period, i.e. higher by $8,430 m^3$ than the yield that would be obtained if cutting of the stands were performed at the start of the management period. The results obtained and foreign experience in this area clearly indicate that linear programming can successfully be used to solve this problem and even more complex problems (than the one presented in this paper) in our local forest practice (multidimensional planning with a series of constraints).

Key words: linear programming, planning, optimization, determining yield

1. УВОД

Планирање у шумарству представља комплексан изазов, јер су шуме сложени еколошко-економски системи са бројним факторима који утичу на процес планирања и одлучивања (Diaz-Balteiro, Romero, 2008). У великим системима као што су шуме постоји проблем угла посматрања, односно свеобухватне анализе пре доношења одлука. У пракси је доказано да се том приликом обично сагледавају

само поједине стране стварности поменутог система, док се остале стране виде мање јасно (Medagević, 2006). Тако, свака одлука у шумарству утиче, непосредно или посредно, на шуму као комплексан систем, рефлектујући утицај кроз различите критеријуме: економска питања (продаја дрвета, лов), еколошка питања (заштита природе, ерозија земљишта, везивање угљеника, очување биодиверзитета) и социјална питања (рекреативне активности, утицај на локалну заједницу, ниво запослености, рурални развој). На основу тога сваки доносилац одлука, укључен у било коју врсту планирања у шумарству, суочава се са већим бројем критеријума који утичу на његову одлуку (Diaz-Balteiro, Romero, 2008). У односу на друге сложене системе, у шумарству поменута проблематика посебно долази до изражаја, јер савремено газдовање шумама подразумева неопходност сагледавања комплексног и мултифункционалног система циљева који се морају испунити у предвиђеном периоду. Ово је посебно изражено последњих неколико година, када се економска оријентација пословања у шумарству све више помера ка екологији и еколошким принципима, при чему профит више није једино мерило одрживог пословања. Дакле, оптимизација доношења одлука и планирања у шумарству треба да буде формулисана у оквиру вишекритеријумског одлучивања (MCDM – Multiple criteria decision-making paradigm) (Diaz-Balteiro, Romero, 2008).

Методе вишекритеријумског одлучивања примењују се у ситуацијама када је потребно размотрити различите опције приликом доношења одлуке, при чему на њихов избор утичу тешко упоредиви критеријуми и међусобно супротстављени интереси. Проблематиком примене вишекритеријумског одлучивања у планирању газдовања шумама бавили су се бројни аутори (Mendoza, Prabhu, 2000, Bousson, 2001, de Steiguer *et al.*, 2002, Kangas, 2005, Sheppard *et al.*, 2005, Šprogić *et al.*, 2010). У њиховим радовима су описани класични модели одлучивања и њихова практична примена у планирању газдовања шумама. У ствари, ти модели су засновани на принципима оптимизације, где се стратегије газдовања шумама идентификују, оцењују и бирају на основу тога колико су погодне за остварење постављених циљева.

Један од широко распрострањених метода у овој области је математичко програмирање. Математичко програмирање је општеприхваћен термин за сет метода које могу бити коришћене приликом планирања (доношења одлука) у циљу оптимизације циљева и превазилажења ограничења наметнутих разним утицајима (ограничења услед специфичности производње у шумарству) и супротстављеним интересима (нпр. економски и еколошки интереси у шумарству) (Vladimirov, Chudnenko, 2009, Bettinger *et al.*, 2009). У оквиру математичког програмирања линеарно програмирање представља један од значајнијих метода. Важно је напоменути да израз "*програмирање*", који се у овом контексту користи, није директно повезан са рачунарским програмирањем, али је ушао у широку употребу у теорији одлучивања.

Линеарно програмирање развијено је у САД-у током Другог Светског рата, првенствено за решавање проблема војне логистике, као што је оптимизација превоза војске и опреме конвојима. Развој линеарног програмирања у шумарству

почиње пре 60-так година (Curtis, 1962, Bell, 1977, Weintraub *et al.*, 2000, Bettinger *et al.*, 2009). Први трагови имплементације овог метода у шумарство потичу из 1962. године, када Curtis (1962) у свом раду повезује управљање шумском имовином и линеарно програмирање. Овај метод улази у област шумарства као метод подршке приликом доношења одлука и као такав доприноси превазилажењу дилема и конфликтних ситуација у процесу планирања. Многи планови газдовања шумама подразумевају и суочавају се са бројним ограничењима, приликом чега доносиоци одлука морају "избалансирали" конфликте који произилазе из различитих циљева газдовања. Конфликти могу обухватити економске, еколошке, социјалне, културне, техничке и естетске циљеве.

У складу са претходним разматрањима, дефинисани су предмет, циљ и сврха спроведених истраживања. Предмет рада је линеарно програмирање, са циљем да се сагледа могућност његове практичне примене у планирању газдовања шумама код нас. Сврха рада је имплементација овог метода у процес доношење одлука у шумарству, чиме се исти у знатној мери осигурава и олакшава.

2. МАТЕРИЈАЛ И МЕТОДЕ

Истраживања су реализована у ГЈ "Тополик" која припада Јужнобачком шумском подручју и којом газдује ЈП "Војводинашуме". Конкретно, предмет истраживања је била газдинска класа 57 453 145 (вештачки подигнуте састојине ЕА-тополе на мозаику различитих алувијалних земљишта у специјалном резервату природе III степена заштите). Ови засади тополе предвиђени су за сечу у уређајном раздобљу од 10 година (2012 - 2021. год.), на површини од 340,35 ha. (Табела 1).

Табела 1. Одељења и одсеци газдинске класе 57 453 145 обухваћени истраживањем
Table 1. Compartments and stands of the management class 57 453 145 included in the investigation

План сеча обнављања - једнодобне шуме Plan of regeneration cutting - even - aged forests										
Редни број / No.	Одељење / Compartment	Одсек / Stand	Старост / Age	Површина (ha) Area (ha)	Запремина (m ³) Volume (m ³)	Прираст (m ³) Increment (m ³)	Принос I полураздобље (m ³) Yield half-period I (m ³)	Принос II полураздобље (m ³) Yield half-period II (m ³)	Принос I полураздобље (m ³ ·ha ⁻¹) Yield half-period I (m ³ ·ha ⁻¹)	Принос II полураздобље (m ³ ·ha ⁻¹) Yield half-period II (m ³ ·ha ⁻¹)
1.	6	b	21	2,05	575,4	17,8	619,9	709,0	302,4	345,9
2.	6	c	21	0,65	213,8	6,4	229,8	261,8	353,5	402,8

План сеча обнављања - једнодобне шуме Plan of regeneration cutting - even - aged forests										
Редни број / No.	Одељење / Sorpartment	Одсек / Stand	Старост / Age	Површина (ha) Area (ha)	Запремина (m ³) Volume (m ³)	Прираст (m ³) Increment (m ³)	Принос I полураздобље (m ³) Yield half-period I (m ³)	Принос II полураздобље (m ³) Yield half-period II (m ³)	Принос I полураздобље (m ³ ·ha ⁻¹) Yield half-period I (m ³ ·ha ⁻¹)	Принос II полураздобље (m ³ ·ha ⁻¹) Yield half-period II (m ³ ·ha ⁻¹)
3.	10	a	22	0,91	286,8	8,6	308,3	351,3	338,8	386,0
4.	10	b	22	0,61	190,9	5,9	205,6	235,1	337,1	385,4
5.	11	e	22	3,11	1328,0	29,6	1401,8	1549,6	450,8	498,3
6.	12	a	33	4,12	2162,9	22,8	2220,0	2334,2	538,8	566,6
7.	13	a	33	7,60	5207,8	56,8	5349,8	5634,0	703,9	741,3
8.	13	b	22	2,95	1025,1	31,5	1103,8	1261,1	374,2	427,5
9.	21	o	22	0,13	60,0	0,7	61,8	65,5	475,5	503,6
10.	25	a	27	3,56	1668,5	21,7	1722,8	1831,4	483,9	514,4
11.	34	a	25	36,15	15319,3	196,4	15810,3	16792,1	437,4	464,5
12.	35	a	28	23,54	13485,6	163,5	13894,4	14712,1	590,2	625,0
13.	35	e	28	30,23	13891,8	170,1	14317,1	15167,6	473,6	501,7
14.	35	g	33	0,86	541,6	6,1	556,8	587,2	647,4	682,8
15.	38	d	33	15,23	9045,1	90,5	9271,2	9723,5	608,7	638,4
16.	38	j	33	2,57	1618,4	17,3	1661,7	1748,1	646,6	680,2
17.	40	i	33	3,32	1690,8	16,9	1733,1	1817,6	522,0	547,5
18.	41	a	27	9,58	4565,6	45,7	4679,7	4908,0	488,5	512,3
19.	41	b	27	8,60	2899,6	77,5	3093,5	3481,2	359,7	404,8
20.	41	d	27	11,50	3937,4	39,4	4035,9	4232,7	350,9	368,1
21.	42	a	34	0,83	788,2	7,9	807,9	847,3	973,4	1020,9
22.	43	a	27	21,96	11218,5	112,2	11498,9	12059,8	523,6	549,2
23.	44	c	21	1,90	587,7	18,3	633,5	725,1	333,4	381,6
24.	44	d	34	16,64	8369,5	82,3	8575,3	8987,0	515,3	540,1
25.	44	h	21	7,85	3346,3	74,8	3533,2	3907,1	450,1	497,7
26.	46	a	21	3,91	1366,5	43,3	1474,7	1691,0	377,2	432,5
27.	47	c	28	7,90	4248,8	44,3	4359,7	4581,4	551,9	579,9
28.	47	f	29	2,82	1340,6	17,6	1384,6	1472,5	491,0	522,1

План сеча обнављања - једнодобне шуме Plan of regeneration cutting - even - aged forests										
Редни број / No.	Одељење / Sorpartment	Одсек / Stand	Старост / Age	Површина (ha) Area (ha)	Запремина (m ³) Volume (m ³)	Прираст (m ³) Increment (m ³)	Принос I полураздобље (m ³) Yield half-period I (m ³)	Принос II полураздобље (m ³) Yield half-period II (m ³)	Принос I полураздобље (m ³ ·ha ⁻¹) Yield half-period I (m ³ ·ha ⁻¹)	Принос II полураздобље (m ³ ·ha ⁻¹) Yield half-period II (m ³ ·ha ⁻¹)
29.	49	b	26	4,69	2635,6	32,1	2715,8	2876,2	579,1	613,3
30.	49	g	32	2,13	1197,0	13,5	1230,7	1298,3	577,8	609,5
31.	51	e	25	5,31	3623,4	40,1	3723,5	3923,8	701,2	739,0
32.	52	a	23	1,01	565,3	7,1	583,2	618,9	577,4	612,8
33.	52	c	23	32,54	5866,2	237,6	6460,2	7648,1	198,5	235,0
34.	52	e	22	2,35	796,9	26,6	863,3	996,2	367,4	423,9
35.	53	a	21	22,31	5338,8	299,0	6086,2	7581,0	272,8	339,8
36.	53	b	21	6,18	2283,7	57,5	2427,4	2714,7	392,8	439,3
37.	54	a	21	21,49	4460,0	263,4	5118,6	6435,7	238,2	299,5
38.	54	e	21	5,56	843,5	58,0	988,5	1278,6	177,8	230,0
39.	55	d	22	0,70	230,3	6,9	247,5	282,1	353,6	403,0
40.	56	g	28	5,00	2367,0	26,4	2433,1	2565,3	486,6	513,1
Укупно							147.423,0	159.893,1		

Теренско прикупљање података, њихова обрада и утврђивање стања шума предметне газдинске класе по различитим квантитативним и квалитативним показатељима, те израда планова газдовања (укључујући и план коришћења шума) урађено је током 2011. год., приликом израде Основе газдовања шумама за ГЈ "Тополик".

Приликом истраживања коришћен је модел *линеарног програмирања* преко *циљне функције* и *скупа линеарних ограничења*. Циљна функција представља линеарну функцију, а линеарна ограничења су представљена линеарним неједнакостима. Решење постављеног линеарног програма омогућава планеру дефинисање најбољег могућег решења за конкретан проблем. Линеарно програмирање се користи као модел за оцену свих могућих комбинација у самом процесу планирања, односно доношења одлука. Приликом постављања линеарне функције потребно је поставити циљ, који најчешће прати ситуација да је нешто потребно *минимизирати* или *максимизирати* (Bettinger *et al.*, 2009). Дакле, проблем линеарног програмирања је проблем минимизације или максимизације линеарне функције ограничене линеарним ограничењима. У овим истраживањима циљ, приликом постављања

линеарне (циљне) функције, био је да се добије максимална запремина дрвета која ће се посећи у наредном уређајном периоду, односно максимизација приноса у наредних 10 година:

$$V_1P_1 \cdot O_1P_1 + V_2P_2 \cdot O_1P_2 + V_1P_1 \cdot OnP_1 + \dots + V_2P_2 \cdot OnP_2, \dots \dots \dots (1)$$

Модел циљне функције, при чему је циљ максимизација приноса у наредном уређајном раздобљу и где као услов (планско ограничење) поставља то да принос буде изједначен по полураздобљима (периодима од 5 година), потребно је развити на следећи начин (Bettinger *et al.*, 2009):

$$V_1P_1 \cdot O_1P_1 + V_1P_1 \cdot O_2P_1 + V_1P_1 \cdot O_3P_1 + \dots + V_1P_1 \cdot OnP_1 = MV_1, \dots \dots \dots (2)$$

У функцији (2) $V_1P_1 \cdot O_1P_1$ је технички коефицијент који представља запремину (V_1) која се сече у првом одсеку (O_1), у првом полураздобљу (P_1), где је V - запремина, O - одсек, P - период (полураздобље). MV_1 је максимална запремина која се сече у првом полураздобљу.

$$V_2P_2 \cdot O_1P_2 + V_2P_2 \cdot O_2P_2 + V_2P_2 \cdot O_3P_2 + \dots + V_2P_2 \cdot OnP_2 = MV_2, \dots \dots \dots (3)$$

У функцији (3) $V_2P_2 \cdot O_1P_2$ је технички коефицијент који представља запремину (V_2) која се сече у другом одсеку (O_1), у другом полураздобљу (P_2), док је MV_2 максимална запремина која се сече у другом полураздобљу. Како је као услов постављено да принос буде изједначен по полураздобљима, односно да је једнак у два петогодишња периода, следи:

$$MV_1 - MV_2 = 0, \dots \dots \dots (4)$$

из чега произилази:

$$V_1P_1 \cdot O_1P_1 + V_1P_1 \cdot O_2P_1 + \dots + V_1P_1 \cdot OnP_1 - MV_1 = 0, \dots \dots \dots (5)$$

односно:

$$V_2P_2 \cdot O_1P_2 + V_2P_2 \cdot O_2P_2 + \dots + V_2P_2 \cdot OnP_2 - MV_2 = 0, \dots \dots \dots (6)$$

Приликом поставке функција неопходно је дефинисати површину одсека, како би се запремина, односно принос за сваки одсек прерачунали на његову тачну површину:

$$\begin{aligned} O_1P_1 + O_1P_2 &= \text{површина одсека (ha)} \\ O_2P_1 + O_2P_2 &= \text{површина одсека (ha)} \\ O_3P_1 + O_3P_2 &= \text{површина одсека (ha)} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ OnP_1 + OnP_2 &= \text{површина одсека (ha)}, \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

Обрада података извршена је софтвером LINDO 6.1. за решавање проблема линеарног програмирања.

3. РЕЗУЛТАТИ

Засади еуроамеричких топола у ГЈ "Тополик" који су обухваћени планом сеча обнављања у уређајном раздобљу 2011-2022. год. заузимају велику површину, те су као довољно репрезентативан узорак (340,35 ha) за ова истраживања узете плантаже газдинске класе 57 453 145 (табела 1). Из табеле 1 се види да теоријски максималан принос износи $159.893,1 m^3$, што би била запремина која би се добила ако би се целокупна сеча реализовала у другом уређајном полураздобљу. У случају реализације целог приноса у првом полураздобљу добијена запремина би износила $147.423,0 m^3$. С обзиром да је у пракси неопходно обезбедити континуирану сечу и израду дрвних сортимената (због динамике и реализације планираних радова, због континуитета прихода и економски одрживог пословања итд), намеће се као обавеза приликом планирања да се обезбеди максималан принос који је изједначен по полураздобљима (петогодишњим планским периодима). На основу стања шума газдинске класе 57 453 145 (табела 1) и утврђене методологије (поглавље 2), урађена је поставка прорачуна (циљна функција) како би се добио максималан принос:

$$302,4O_1P_1+345,9O_1P_2+353,5O_2P_1+402,8O_2P_2+338,8O_3P_1+386,0O_3P_2+337,1O_4P_1+385,4O_4P_2+450,8O_5P_1+498,3O_5P_2+538,8O_6P_1+466,6O_6P_2+703,9O_7P_1+741,3O_7P_2+374,2O_8P_1+427,5O_8P_2+475,5O_9P_1+503,6O_9P_2+483,9O_{10}P_1+514,4O_{10}P_2+437,4O_{11}P_1+464,5O_{11}P_2+590,2O_{12}P_1+625,0O_{12}P_2+473,6O_{13}P_1+501,7O_{13}P_2+647,4O_{14}P_1+682,8O_{14}P_2+608,7O_{15}P_1+638,4O_{15}P_2+646,6O_{16}P_1+680,2O_{16}P_2+522,0O_{17}P_1+547,5O_{17}P_2+488,5O_{18}P_1+512,3O_{18}P_2+359,7O_{19}P_1+404,8O_{19}P_2+350,9O_{20}P_1+368,1O_{20}P_2+973,4O_{21}P_1+1020,9O_{21}P_2+523,6O_{22}P_1+549,2O_{22}P_2+333,4O_{23}P_1+381,6O_{23}P_2+515,3O_{24}P_1+540,1O_{24}P_2+450,1O_{25}P_1+497,7O_{25}P_2+377,2O_{26}P_1+432,5O_{26}P_2+551,9O_{27}P_1+579,9O_{27}P_2+491,0O_{28}P_1+522,1O_{28}P_2+579,1O_{29}P_1+613,3O_{29}P_2+577,8O_{30}P_1+609,5O_{30}P_2+701,2O_{31}P_1+739,0O_{31}P_2+577,4O_{32}P_1+612,8O_{32}P_2+198,5O_{33}P_1+235,0O_{33}P_2+367,4O_{34}P_1+423,9O_{34}P_2+272,8O_{35}P_1+339,8O_{35}P_2+392,8O_{36}P_1+439,3O_{36}P_2+238,2O_{37}P_1+299,5O_{37}P_2+177,8O_{38}P_1+230,0O_{38}P_2+353,6O_{39}P_1+403,0O_{39}P_2+486,6O_{40}P_1+513,1O_{40}P_2, \dots \dots \dots (8)$$

Решавањем циљне функције добија се максимални принос (збирно за оба полураздобља). Приликом дефинисања поставке у линеарном програмирању неопходно је развити и сет ограничења. Површина за коју се принос рачуна мора бити мања или једнака површини одсека (ограничење ресурса), што се може представити на следећи начин:

$$O_1P_1+O_1P_2 \leq 2,05; O_2P_1+O_2P_2 \leq 0,65; O_3P_1+O_3P_2 \leq 0,91; O_4P_1+O_4P_2 \leq 0,61; O_5P_1+O_5P_2 \leq 3,11; O_6P_1+O_6P_2 \leq 4,12; O_7P_1+O_7P_2 \leq 7,60; O_8P_1+O_8P_2 \leq 2,95; O_9P_1+O_9P_2 \leq 0,13; O_{10}P_1+O_{10}P_2 \leq 3,56; O_{11}P_1+O_{11}P_2 \leq 36,15; O_{12}P_1+O_{12}P_2 \leq 23,54; O_{13}P_1+O_{13}P_2 \leq 30,23; O_{14}P_1+O_{14}P_2 \leq 0,86; O_{15}P_1+O_{15}P_2 \leq 15,23; O_{16}P_1+O_{16}P_2 \leq 2,57; O_{17}P_1+O_{17}P_2 \leq 3,32;$$

МОГУЋНОСТИ ПРИМЕНЕ ЛИНЕАРНОГ ПРОГРАМИРАЊА У ПЛАНИРАЊУ...

$$\begin{aligned}
 &O_{18}P_1+O_{18}P_2 \leq 9,58; O_{19}P_1+O_{19}P_2 \leq 8,60; O_{20}P_1+O_{20}P_2 \leq 11,50; O_{21}P_1+O_{21}P_2 \leq 0,83; \\
 &O_{22}P_1+O_{22}P_2 \leq 21,96; O_{23}P_1+O_{23}P_2 \leq 1,90; O_{24}P_1+O_{24}P_2 \leq 16,64; O_{25}P_1+O_{25}P_2 \leq 7,85; \\
 &O_{26}P_1+O_{26}P_2 \leq 3,91; O_{27}P_1+O_{27}P_2 \leq 7,90; O_{28}P_1+O_{28}P_2 \leq 2,82; O_{29}P_1+O_{29}P_2 \leq 4,69; \\
 &O_{30}P_1+O_{30}P_2 \leq 2,13; O_{31}P_1+O_{31}P_2 \leq 5,31; O_{32}P_1+O_{32}P_2 \leq 1,01; O_{33}P_1+O_{33}P_2 \leq 32,54; \\
 &O_{34}P_1+O_{34}P_2 \leq 2,35; O_{35}P_1+O_{35}P_2 \leq 22,31; O_{36}P_1+O_{36}P_2 \leq 6,18; O_{37}P_1+O_{37}P_2 \leq 21,49; \\
 &O_{38}P_1+O_{38}P_2 \leq 5,56; O_{39}P_1+O_{39}P_2 \leq 0,70; O_{40}P_1+O_{40}P_2 \leq 5,00, \dots \dots \dots (9)
 \end{aligned}$$

Једначином 10 дефинисан је обим сеча (принос) у првом полураздобљу:

$$\begin{aligned}
 &302,4O_1P_1+353,5O_2P_1+338,8O_3P_1+337,1O_4P_1+450,8O_5P_1+538,8O_6P_1+703,9O_7P_1+374,2O_8P_1+ \\
 &475,5O_9P_1+483,9O_{10}P_1+437,4O_{11}P_1+590,2O_{12}P_1+473,6O_{13}P_1+647,4O_{14}P_1+608,7O_{15}P_1+ \\
 &646,6O_{16}P_1+522,0O_{17}P_1+488,5O_{18}P_1+359,7O_{19}P_1+350,9O_{20}P_1+973,4O_{21}P_1+523,6O_{22}P_1+ \\
 &333,4O_{23}P_1+515,3O_{24}P_1+450,1O_{25}P_1+377,2O_{26}P_1+551,9O_{27}P_1+491,0O_{28}P_1+579,1O_{29}P_1+ \\
 &577,8O_{30}P_1+701,2O_{31}P_1+577,4O_{32}P_1+198,5O_{33}P_1+367,4O_{34}P_1+272,8O_{35}P_1+392,8O_{36}P_1+ \\
 &238,2O_{37}P_1+177,8O_{38}P_1+353,6O_{39}P_1+486,6O_{40}P_1-MV_1=0, \dots \dots \dots (10)
 \end{aligned}$$

Принос који се добија сечом дрвне запремине у другом полураздобљу приказан је једначином 11:

$$\begin{aligned}
 &345,9O_1P_2+402,8O_2P_2+386,0O_3P_2+385,4O_4P_2+498,3O_5P_2+466,6O_6P_2+741,3O_7P_2+427,5O_8P_2+ \\
 &503,6O_9P_2+514,4O_{10}P_2+464,5O_{11}P_2+625,0O_{12}P_2+501,7O_{13}P_2+682,8O_{14}P_2+638,4O_{15}P_2+ \\
 &680,2O_{16}P_2+547,5O_{17}P_2+512,3O_{18}P_2+404,8O_{19}P_2+368,1O_{20}P_2+1020,9O_{21}P_2+549,2O_{22}P_2+ \\
 &381,6O_{23}P_2+540,1O_{24}P_2+497,7O_{25}P_2+432,5O_{26}P_2+579,9O_{27}P_2+522,1O_{28}P_2+613,3O_{29}P_2+ \\
 &609,5O_{30}P_2+739,0O_{31}P_2+612,8O_{32}P_2+235,0O_{33}P_2+423,9O_{34}P_2+339,8O_{35}P_2+439,3O_{36}P_2+ \\
 &299,5O_{37}P_2+230,0O_{38}P_2+403,0O_{39}P_2+513,1O_{40}P_2-MV_2=0, \dots \dots \dots (11)
 \end{aligned}$$

На крају, потребно је поставити и ограничење које се односи на изједначеност приноса по полураздобљима:

$$MV_1 - MV_2 = 0, \dots \dots \dots (12)$$

Након кодирања у одговарајућем софтверу, по горе приказаној поставци, добијен је максимални принос који је подељен по полураздобљима (табела 2).

Табела 2. Принос у газдинској класи 57 453 145 распоређен по полураздобљима
Table 2. Yield in the management class 57 453 145 distributed by half-periods

Одсек/ полураздобље Stand/ Half-period	P (ha)	Корекциона вредност Correction value	Принос ($m^3 \cdot ha^{-1}$) Yield ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	Укупан принос (m^3) Total yield (m^3)
O ₁ P ₁	0,00	24,91	302,40	0,00
O ₁ P ₂	2,05	0,00	345,86	709,02
O ₂ P ₁	0,00	27,61	353,50	0,00

Одсек/ полураздобље Stand/ Half-period	P (ha)	Корекциона вредност Correction value	Принос ($m^3 \cdot ha^{-1}$) Yield ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	Укупан принос (m^3) Total yield (m^3)
O ₂ P ₂	0,65	0,00	402,81	261,83
O ₃ P ₁	0,00	26,41	338,77	0,00
O ₃ P ₂	0,91	0,00	386,02	351,28
O ₄ P ₁	0,00	27,58	337,08	0,00
O ₄ P ₂	0,61	0,00	385,44	235,12
O ₅ P ₁	0,00	20,28	450,75	0,00
O ₅ P ₂	3,11	0,00	498,26	1549,60
O ₆ P ₁	4,12	0,00	538,84	2220,01
O ₆ P ₂	0,00	101,04	566,56	0,00
O ₇ P ₁	7,60	0,00	703,93	5349,85
O ₇ P ₂	0,00	4,05	741,32	0,00
O ₈ P ₁	0,00	30,31	374,16	0,00
O ₈ P ₂	2,95	0,00	427,48	1261,08
O ₉ P ₁	0,00	0,02	475,50	0,00
O ₉ P ₂	0,13	0,00	503,58	65,47
O ₁₀ P ₁	0,00	1,87	483,92	0,00
O ₁₀ P ₂	3,56	0,00	514,43	1831,37
O ₁₁ P ₁	0,00	1,23	437,35	0,00
O ₁₁ P ₂	36,15	0,00	464,51	16792,11
O ₁₂ P ₁	23,54	0,00	590,25	13894,44
O ₁₂ P ₂	0,00	0,05	624,98	0,00
O ₁₃ P ₁	0,00	0,13	473,61	0,00
O ₁₃ P ₂	30,23	0,00	501,74	15167,65
O ₁₄ P ₁	0,86	0,00	647,42	556,78
O ₁₄ P ₂	0,00	2,75	682,77	0,00
O ₁₅ P ₁	15,23	0,00	608,75	9271,25
O ₁₅ P ₂	0,00	6,07	638,44	0,00
O ₁₆ P ₁	2,57	0,00	646,56	1661,67
O ₁₆ P ₂	0,00	4,45	680,20	0,00
O ₁₇ P ₁	3,32	0,00	522,01	1733,08
O ₁₇ P ₂	0,00	5,18	547,48	0,00
O ₁₈ P ₁	9,58	0,00	488,49	4679,70

МОГУЋНОСТИ ПРИМЕНЕ ЛИНЕАРНОГ ПРОГРАМИРАЊА У ПЛАНИРАЊУ...

Одсек/ полураздобље Stand/ Half-period	P (ha)	Корекциона вредност Correction value	Принос ($m^3 \cdot ha^{-1}$) Yield ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	Укупан принос (m^3) Total yield (m^3)
O ₁₈ P ₂	0,00	4,90	512,32	0,00
O ₁₉ P ₁	0,00	23,17	359,71	0,00
O ₁₉ P ₂	8,60	0,00	404,79	3481,17
O ₂₀ P ₁	11,50	0,00	350,94	4035,86
O ₂₀ P ₂	0,00	3,42	368,06	0,00
O ₂₁ P ₁	0,83	0,00	973,42	807,94
O ₂₁ P ₂	0,00	9,70	1020,89	0,00
O ₂₂ P ₁	21,96	0,00	523,63	11498,91
O ₂₂ P ₂	0,00	5,17	549,17	0,00
O ₂₃ P ₁	0,00	27,69	333,43	0,00
O ₂₃ P ₂	1,90	0,00	381,61	725,07
O ₂₄ P ₁	16,64	0,00	515,34	8575,32
O ₂₄ P ₂	0,00	5,47	540,08	0,00
O ₂₅ P ₁	0,00	20,42	450,09	0,00
O ₂₅ P ₂	7,85	0,00	497,72	3907,14
O ₂₆ P ₁	0,00	32,08	377,15	0,00
O ₂₆ P ₂	3,91	0,00	432,47	1690,97
O ₂₇ P ₁	7,90	0,00	551,86	4359,68
O ₂₇ P ₂	0,00	4,46	579,92	0,00
O ₂₈ P ₁	0,00	2,04	490,98	0,00
O ₂₈ P ₂	2,82	0,00	522,15	1472,46
O ₂₉ P ₁	3,27	0,00	579,06	1893,52
O ₂₉ P ₂	1,42	0,00	613,27	870,84
O ₃₀ P ₁	2,13	0,00	577,81	1230,74
O ₃₀ P ₂	0,00	2,35	609,52	0,00
O ₃₁ P ₁	5,31	0,00	701,23	3723,54
O ₃₁ P ₂	0,00	3,51	738,95	0,00
O ₃₂ P ₁	0,00	1,26	577,42	0,00
O ₃₂ P ₂	1,01	0,00	612,76	618,89
O ₃₃ P ₁	0,00	24,07	198,53	0,00
O ₃₃ P ₂	32,54	0,00	235,04	7648,09
O ₃₄ P ₁	0,00	33,80	367,37	0,00

Одсек/ полураздобље Stand/ Half-period	P (ha)	Корекциона вредност Correction value	Принос ($m^3 \cdot ha^{-1}$) Yield ($m^3 \cdot ha^{-1}$)	Укупан принос (m^3) Total yield (m^3)
O ₃₄ P ₂	2,35	0,00	423,90	996,17
O ₃₅ P ₁	0,00	49,43	272,80	0,00
O ₃₅ P ₂	22,31	0,00	339,80	7581,04
O ₃₆ P ₁	0,00	22,63	392,78	0,00
O ₃₆ P ₂	6,18	0,00	439,27	w2714,72
O ₃₇ P ₁	0,00	45,88	238,18	0,00
O ₃₇ P ₂	21,49	0,00	299,47	6435,71
O ₃₈ P ₁	0,00	40,50	177,79	0,00
O ₃₈ P ₂	5,56	0,00	229,96	1278,60
O ₃₉ P ₁	0,00	27,70	353,61	0,00
O ₃₉ P ₂	0,70	0,00	402,96	282,08
O ₄₀ P ₁	5,00	0,00	486,61	2433,05
O ₄₀ P ₂	0,00	2,17	513,05	0,00
MV₁	141,36			77.925,30
MV₂	198,99			77.927,43
Укупно:	340,35			155.852,73

Из табеле 2 се види како је софтвер по задатом "кључу" (максималан принос који се добија на крају уређајног раздобља и који је изједначен по полураздобљима) направио план сече по полураздобљима. Нуле означавају да сеча није планирана у конкретном полураздобљу. Принос који је добијен износи $155.852,73 m^3$ и мањи је од приноса који би се добио када би сви одсеци били посечени у другом полураздобљу (теоријски максимални могући принос) и који би износио $159.893,1 m^3$ Истовремено, овако добијени принос већи је од оног који би се добио реализацијом сече свих одсека на почетку уређајног периода и који би износио $147.423,0 m^3$ (табела 1). Резултати показују да план сеча није изједначен по површини. Потребно је нагласити да то и није био циљ овог рада, јер се циљна функција односила на максимизацију приноса који је изједначен по полураздобљима. Корекциона вредност представља количину (у овом случају изражену у $m^3 \cdot ha^{-1}$) за коју коефицијент у циљној функцији треба да буде увећан да би друга постојећа опција (сеча у опционом полураздобљу) постала довољно конкурентна да би била део решења. Ова вредност износи 0 за све варијабле које су већ део решења.

Тестирање изнете методологије спроведено је у оквиру изабраних састојина, при чему је за потребе рада узет реалан плански проблем. Свакако да је могуће постављати циљну функцију са другачијим коефицијентима и елементима

прорачуна, па је тако могуће ове методе примењивати у различите сврхе приликом планирања и користити их за решавање планских проблема са различитим условима и ограничењима.

4. ДИСКУСИЈА

У шумарској пракси бројне одлуке доносе се у различитим временским интервалима и на различитим хијерархијским нивоима менаџмента. Одлуке које се доносе приликом планирања често су изложене притисцима и утицајима великог броја фактора, односно критеријума. Управо код таквих ситуација, када је потребно оценити више елемената који утичу на доношење одлуке, нужно је увести системе који ће помоћи приликом оцене критеријума, проналажења оптималног решења и на тај начин довести до оптимизације неког процеса или до оптималног резултата (Diaz-Balteiro, Romero, 2008).

Линеарно програмирање је један од метода који се примењују у наведеним ситуацијама и служи за добијање оптималног решења. Оно се често користи као "ефектан алат", тако што се кроз сет линеарних једначина дефинишу циљеви и ограничења (критеријуми) који се аутоматизовано сагледавају на основу задатих варијабли, те се на тај начин се долази до оптималног решења за постављени проблем (Bettinger *et al.*, 2009). У овом раду поменути систем је детаљно елабориран и успешно тестиран. Добијен је максималан принос (циљ постављеног проблема), који је изједначен по полураздобљима (услов који је било потребно испунити).

Владимиров и Куденко кроз примере описују могућности примене линеарног програмирања у шумарској науци. Истичу да постоје три нивоа примене: *локални* – модели појединачног стабла и шумских одсека; *окружни* – модели пошумљености и стања шума по врсти и класама старости, као и фазе обнављања шума и *регионални* – улога и место шумских екосистема у кружењу материје и енергије, као и прерасподела биомасе по врстама дрвећа (Vladimirov, Chudnenko, 2009). Поред тога, наглашавају да се развојем информационих система уједно развијају и реалне могућности примене линеарног програмирања и хијерархијских структурних модела у шумским екосистемима. У складу са њиховом поделом, модел који је тестиран у овом раду припада *локалном нивоу* (ниво одсека).

Weintraub *et al.*, 2000 је дао пример употребе линеарног програмирања кроз примену мешовитог целобројног програмирања. Ови аутори су дефинисали проблеме приликом израде планова сеча, где наводе ограничења са којима се суочавају, а која се рефлектују кроз колизију сеча са заштитом природе. То је ограничавајући фактор за сечу великих површина због појаве ерозије земљишта и поремећаја услова станишта које настаје након сече. Наводе да је ово проблем који се у последњих 10-15 година интензивирао у Америци и Европи, нарочито у плантажама и културама. Такође, као проблем наводе ограничења сеча у близини јавних путева и речних токова. У складу са дефинисаним ограничењима као циљ су поставили највећу економску добит од сеча упркос ограничењима са којима се суочавају

(трошкови дислоцираности су један од проблема). У свом раду показали су како је могуће комбиновати сече кроз аутоматизовано проналажење алтернативних одсека за сечу (критеријуми су површина, принос по *ha*, временска одредница и добит). Њихова истраживања показују како је линеарно програмирање могуће практично применити у шумарству и у значајно сложенијим ситуацијама у односу на ону који је презентирао у овом раду.

Бетингер и сарадници, кроз бројне примере, истичу да се ова методологија често примењује код развоја стратешких документа, доношења одлука и планирања газдовања шумама (Bettinger *et al.*, 2009). Један од примера који наводе односи се на приватне шумовласнике који за циљ имају максимизацију приноса и добити у наредних 30 година, при чему желе да трошкови буду најмањи могући. Том приликом наводе разна ограничења која се постављају пред планере. Шумовласници не желе да секу одсеке млађе од 35 година, желе да имају максималан принос у сваком од шест петогодишњих периода и сл. Постављањем различитих циљних функција са дефинисаним циљевима и постављеним ограничењима долази се до решења која се рефлектују бенефитима за приватне шумовласнике.

Како је већ речено, линеарно програмирање има широку примену у шумарству широм Америке и Европе. У шумарству Србије у научној јавности ове методе нису довољно развијене, док у пракси представљају потпуну непознаницу. Користећи наведене литературне изворе уочено је да се сви научни радови базирају на практичним примерима, што је био довољан основ да се модел који је тестиран у овом раду развије. У оквиру овог рада узет је врло једноставан пример како би се на што једноставнији начин илустровала могућност примене линеарног програмирања у нашим условима. Литературни извори, као и резултати овог рада указују на то да постоји реалан основ за примену овог метода у пракси планирања и газдовања шумама приликом решавања сложених проблема. Могућности овог метода посебно долазе до изражаја приликом вишекритеријумског одлучивања, односно у условима када постоји већи број релевантних фактора и критеријума.

5. ЗАКЉУЧЦИ

Резултати истраживања спроведених у ГЈ "Тополик", газдинска класа 57 453 145 (вештачки подигнуте састојине еуроамеричких топола на мозаику различитих алувијалних земљишта у специјалном резервату природе III степена заштите) пружају могућност да се изведу следећи закључци:

- употребом циљне функције (линеарног програмирања) и одговарајућег софтверског пакета добијен је максималан принос планиран за сечу у износу од $155.852,73 m^3$;
- помоћу поменуте методологије у потпуности је испуњен постављени услов да принос по полураздобљима буде изједначен (у I полураздобљу износи $77.925,30 m^3$, док је за II полураздобље $77.927,43 m^3$);

- максималан принос добијен по изложеној методологији мањи је $4.040,37 m^3$ од приноса који би се добио када би сви одсеци били посечени у другом полураздобљу, односно већи је за $8.430 m^3$ од приноса који би се добио сечом свих одсека на почетку уређајног периода;
- методе линеарног програмирања могу се применити у нашим условима за решавање различитих проблема са којима се шумарска пракса суочава.

Страна искуства указују на то да се поменута методологија с успехом може користити за решавање значајно комплекснијих проблема у односу на проблематику третирану у овом раду. Међутим, одсуство домаћих искустава намеће потребу тестирања метода линеарног програмирања на знатно сложенијим проблемима карактеристичним за наше услове.

Напомена: Захваљујемо се Министарству просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије које је финансијски подржало ова истраживања у оквиру пројеката "Одрживо газдовање укупним потенцијалима шума у Републици Србији"- ЕВБР 37008.

ЛИТЕРАТУРА

- Balteiro L.D., Romero C. (2008): *Making forestry decisions with multiple criteria: A review and an assessment*, Forest Ecology and Management 255 (8-9): (3222–3241)
- Bell Enoch F. (1977): *Mathematical programming in forestry*, Journal of Forestry 75 (6): (317-319)
- Bettinger P., Boston K., Siry J. P., Grebner D. L. (2009): *Forest Management and Planning*, Elsevier 30 Corporate Drive, Suite 400, Burlington, MA 01803 USA (163-181)
- Bousson E. (2001): *Development of a multicriteria decision support system adapted to multiple-use forest management: application to forest management at the management unit level in Southern Belgium*. In: Franc, A., Laroussinie, O. & Karjalainen, T. (eds.). Criteria and indicators for sustainable forest management at the forest management unit level, EFI Proceedings
- Curtis F. H. (1962): *Linear programming the management of a forest property*, Journal of Forestry 60 (9): (611-616)
- J.E. de Steiguer, Liberti L., Schuler A., Hansen B. (2002): *Multi-Criteria Decision Models for Forestry and Natural Resources Management: An Annotated Bibliography*, United States Department of Agriculture, Forest Service, Northeastern Research Station, General Technical Report NE-307
- Kangas J., Store R., Kangas A. (2005): *Socioecological landscape planning approach and multicriteria acceptability analysis in multiple-purpose forest management*, Forest Policy and Economics 7 (4): (603-614)
- Mendoza G.A., Prabhu R. (2000): *Multiple criteria decision-making approaches to assessing forest sustainability using criteria and indicators: a case study*, Forest Ecology and Management 174 (1-3): (329–343)
- Medarević M. (2006): *Planiranje gazdovanja šumama*, Univerzitet u Beogradu, Šumarski fakultet, Beograd (113-135)

- Sheppard S.R.J., Meitner M. (2005): *Using multi-criteria analysis and visualisation for sustainable forest management planning with stakeholder groups*, Forest Ecology and Management 207 (1-2): (171-187)
- Šporčić M., Landekić M., Lovrić M., Bogdan S., Šegotić K. (2010), *Višekriterijsko odlučivanje kao podrška u gospodarenju šumama – modeli i iskustva*, Šumarski list 5-6 (275-286)
- Vladimirov I.N., Chudnenko A.K. (2009): *Multilevel Modeling of the Forest Resource Dynamics*, Mathematical Modelling of Natural Phenomena 4 (05): 72-88
- Weintraub A., Church R. L., Murray A. T., Guignard M. (2000): *Forest management models and combinatorial algorithms: analysis of state of the art*, Annals of Operations Research 96 (271–285)

Damjan Pantić
Bojan Tubić
Marko Marinković
Dragan Borota
Snežana Obradović

OPPORTUNITIES FOR THE APPLICATION OF LINEAR PROGRAMMING IN FOREST MANAGEMENT PLANNING

Summary

Linear programming was developed in the U.S. during World War II, primarily for military purposes. Its application in forestry started in the nineteen sixties as a method of support to decision-making, i.e. to overcome the dilemmas and conflicts in the planning process. Many forest management plans involve and face a number of constraints that force decision-makers to "balance" the conflicts arising from different management objectives. These conflicts may include economic, environmental, social, cultural, technical and aesthetic objectives.

In accordance with the above considerations, the defined aim of this research was the determination of the maximum yield in poplar plantations of the FMU "Topolik" for the management period 2012-2021, with the restriction (condition) that the yield in the two half-periods is balanced. The indirect aim of this study was to examine the possibility of implementing linear programming into local forest practices to address similar and even more complex problems (a number of influencing and limiting factors in decision making). An analysis of the results provides the following conclusions:

- using the aimed functions (linear programming) and the corresponding software package the maximum yield that was planned for harvest in the amount of $155,852.73 m^3$ was obtained;
- using the aforementioned methodology the preset condition to obtain equal yield in the half-periods ($77,925.30 m^3$ in half-period I and $77,927.43 m^3$ in half-period II) was fulfilled;
- the maximum yield obtained using this methodology is lower by $4,040.37 m^3$ than the one that would be obtained if all stands were cut down in the second half-period, i.e.

higher by $8,430 m^3$ than the yield that would be obtained by cutting all of the management stands at the beginning of the management period.

- The methods of linear programming can be applied in our local conditions to solve various problems that forestry practices are facing.

Foreign experience shows that the aforementioned methodology can successfully be used to solve considerably more complex problems than the ones investigated in this paper. However, the lack of local experience requires testing of the method of linear programming on a number of considerably more complex problems that are characteristic of our local conditions.

Пантић Д., Тубић Б., Маринковић М., Борота Д., Обрадовић С.
